УДК 373.5.016:519.21]:004.853
DOI 10.31494/2412-9208-2022-1-2-204-213

ELEMENTS OF COMPUTER SUPPORT FOR THE STUDY OF THE TOPIC «LEAST SQUARES METHOD»

ЕЛЕМЕНТИ КОМП'ЮТЕРНОЇ ПІДТРИМКИ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ»

Oleksii KRASNOZHON,
Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor

Олексій КРАСНОЖОН,
кандидат педагогічних наук, доцент

krasnozhon1802@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-9699-6038

Nataliia KRAVCHENKO,
PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor

Наталія КРАВЧЕНКО,
кандидат фізико-математичних наук, доцент

nv_kravchenko@bdpu.org.ua
https://orcid.org/0000-0002-9642-5403

Vasyl MATSIUK,
Candidate of Pedagogical Sciences

Василь МАЦЮК,
кандидат педагогічних наук

vasyl.matsyuk@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-0957-963X

Valeriy KOVALENKO,
PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor

Валерій КОВАЛЕНКО,
кандидат фізико-математичних наук

vm_kovalenko@bdpu.org.ua
https://orcid.org/0000-0001-8258-2945

Berdiansk State Pedagogical University,
✉ 4, Schmidt st., Berdiansk, Zaporizhzhia region, 71100

Бердянський державний педагогічний університет,
✉ вул. Шмідта, 4, м. Бердянськ, Запорізька обл., 71100

Original manuscript received: August 31, 2022
Revised manuscript accepted: September 14, 2022

ABSTRACT

The article contains a study of the methodological problem of developing the components of an effective computer-oriented methodological system for teaching the discipline «Theory of Probability with Elements of Mathematical Statistics», which is provided for in the training plan for future teachers of mathematics. The methodical and procedural issues of implementing the method of least squares to determine the functional dependence between the characteristics of the sample of the general population in the mathematical software environment Mathcad are considered. Examples of solving problems of equalizing the values of the characteristics of the sample of the general population along a polynomial of the first degree (linear dependence), a polynomial of the second degree (parabola) and a polynomial of the third degree (cubic parabola) are given. A brief review of the scientific, educational and methodical literature, which is used during the teaching of the course of probability theory with elements of mathematical statistics, *was carried out, the expediency of using mathematical software during the development of the content of the specified discipline was substantiated. The provision on the need to develop a complex of test tasks of various levels of complexity from probability theory with elements of mathematical statistics for the purpose of objective assessment of students' educational achievements has been formulated. The article formulates conclusions and outlines the directions of further scientific and pedagogical research in the field of implementation of mathematical statistics methods when finding statistical estimates of a sample of values of a random variable of the general totality. The methodological developments given in the article can be useful to students for the organization and activation of independent scientific and pedagogical activities, teachers of secondary educational institutions, leaders of optional and group work of students, teachers of the course of probability theory with elements of mathematical statistics of pedagogical higher educational institutions.*

Key words: *least squares method, probability theory, elements of mathematical statistics, statistical sample, general totality.*

Вступ. Характерною ознакою сучасної вищої педагогічної освіти є впровадження досить потужного арсеналу інновацій для забезпечення якості, доступності, об'єктивності, індивідуалізації, дистанційності та професійної спрямованості підготовки майбутнього фахівця. Засвоєння майбутнім учителем арсеналу засобів та методів, достатніх для розв'язання широкого класу задач з опрацювання емпіричних даних, отриманих у ході педагогічного експерименту чи будь-якої іншої науково-дослідної методичної роботи, є вкрай важливою освітньою і методичною задачею. У цьому аспекті вагома роль належить навчальній дисципліні «Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики». Вивчення курсу має на меті ознайомити майбутніх учителів математики із завданнями та методами теорії ймовірностей та математичної статистики в обсязі, достатньому для успішного практичного використання отриманих знань у подальшій роботі за спеціальністю. Математична статистика містить найбільш ємні щодо математичних обчислень задачі, які потребують використання математичних програмних середовищ, оскільки розв'язання таких задач вручну чи за допомогою калькулятора є вкрай нерезультативним та малопродуктивним. Накопичені під час розв'язування обчислювальні похибки іноді спотворюють результати статистичної обробки експериментальних даних і призводять до хибних інтерпретацій статистичних гіпотез. З метою усунення зазначених негативних явищ вважаємо доцільним використання в освітньому процесі математичних програмних середовищ, які дозволять значно підсилити результативність та продуктивність аудиторної та самостійної роботи студентів.

Методи та методики дослідження. Аналізу теоретичних та методичних питань навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей», а також дослідженню аспектів алгоритмізації чисельних статистичних методів присвячені окремі підручники, навчальні посібники, практикуми та статті, зокрема, підручники [7; 8], навчальні видання [1; 2; 4; 5; 6; 9], стаття [3].

Підручник [7] охоплює методичні і теоретичні основи отримання числових значень статистичних показників для аналізу суспільних явищ, спираючись на міжнародні стандарти статистики та обліку. Підручник [8] містить основні поняття й факти теорії ймовірностей та математичної статистики. Навчальний посібник [1] призначений надати допомогу в опануванні змістом дисципліни теорії ймовірностей і математичної статистики студентам нематематичних спеціальностей. Навчальне видання надає можливість на досить високому для функціональних потреб рівні засвоїти теоретичні основи методів теорії ймовірностей, математичної статистики, а також навчитися використовувати їх для реалізації практичних цілей. Посібник [2] наводить теоретичні відомості з основних розділів вищої математики, зокрема, елементів комбінаторики, теорії ймовірностей з елементами математичної статистики. Подання теоретичного матеріалу супроводжується зразками розв'язання достатньої кількості прикладних і практичних задач. Навчальний посібник [6] покликаний активізувати студентську самостійну роботу студентів із засвоєння змісту вищої математики, зокрема, такого її розділу, як теорія ймовірностей із елементами математичної статистики. Посібник [9] розглядає категорійний апарат статистичної науки, наводить найбільш уживані методи і засоби вивчення масових соціально-економічних явищ і процесів. Посібник [5] спрямований на аналіз статистичних розподілів та їхніх характеристик, організацію перевірки достовірності статистичних гіпотез. У статті [3] автором приділено увагу методичним аспектам навчання теми «Метод найменших квадратів» курсу теорії ймовірностей із елементами математичної статистики, а також алгоритмічним аспектам застосування статистичних методів, реалізованим у математичному пакеті Mathcad.

Викладений вище аналіз наукових та методичних публікацій з окресленої тематики дає підстави для виділення недостатньо досліджених компонентів методичної проблеми щодо створення програмних реалізацій статистичних методів в програмних середовищах.

Стаття має на меті запропонувати програмне середовище Mathcad для реалізації методу найменших квадратів; подати приклади застосування зазначеного методу і звернути увагу педагогів на доцільність застосування згаданого вище середовища у процесі математичної підготовки фахівців як математичних, так і нематематичних спеціальностей. Методичні аспекти використання обчислювальних алгоритмів в середовищі Mathcad становлять сутність досліджуваного явища.

Результати та дискусії. Наведемо приклади застосування методу найменших квадратів для розв'язання задач математичної статистики. Для постановки і розв'язання задач використаємо терміни і позначення, викладені в посібнику [6].

Приклад 1. У результаті експерименту отримано значення випадкової величини Y за заданими значеннями випадкової величини X:

X	1	3	4	7	9	10	13	17	21
Y	24,3	32,7	41,3	52,1	59,3	67,4	71,5	76,4	82,9

ICV 2021: 85.25
DOI 10.31494/2412-9208-2022-1-2

Знайти лінійну залежність $y(x)=\alpha_0+\alpha_1 x$ за методом найменших квадратів.

Розв'язування. За результатами експерименту складаємо обчислювальну таблицю значень випадкових величин *X* та *Y* (рис. 1):

ORIGIN := 1

$n := 9 \quad i := 1..n$

$x_1 := 1 \quad x_2 := 3 \quad x_3 := 4 \quad x_4 := 7 \quad x_5 := 9 \quad x_6 := 10 \quad x_7 := 13 \quad x_8 := 17 \quad x_9 := 21$

$y_1 := 24.3 \quad y_2 := 32.7 \quad y_3 := 41.3 \quad y_4 := 52.1 \quad y_5 := 59.3 \quad y_6 := 67.4 \quad y_7 := 71.5 \quad y_8 := 76.4 \quad y_9 := 82.9$

$$x = \begin{pmatrix}1\\3\\4\\7\\9\\10\\13\\17\\21\end{pmatrix} \quad y \rightarrow \begin{pmatrix}24.3\\32.7\\41.3\\52.1\\59.3\\67.4\\71.5\\76.4\\82.9\end{pmatrix} \quad \left(x_i\right)^2 \rightarrow \begin{pmatrix}1\\9\\16\\49\\81\\100\\169\\289\\441\end{pmatrix} \quad \left(x_i \cdot y_i\right) \rightarrow \begin{pmatrix}24.3\\98.1\\165.2\\364.7\\533.7\\674.0\\929.5\\1298.8\\1740.9\end{pmatrix}$$

$$\sum_i x_i = 85 \qquad \sum_i y_i = 507.9 \qquad \sum_i \left(x_i\right)^2 = 1.155 \times 10^3 \qquad \sum_i \left(x_i \cdot y_i\right) = 5.8292 \times 10^3$$

Рис. 1. *Обчислювальна таблиця значень випадкових величин X та Y*

Оскільки $n=9$, то система рівнянь з необхідних умов мінімуму функції *S* набирає вигляд:

$$\begin{cases} 9\alpha_0+85\alpha_1=507{,}9; \\ 85\alpha_0+1155\alpha_1=5829{,}2. \end{cases}$$

Розв'язавши отриману систему лінійних рівнянь з необхідних умов мінімуму функції *S* методом Гаусса, отримуємо шукані значення параметрів α_0, α_1 лінійної залежності *Y* від *X* за методом найменших квадратів (рис. 2):

$$A := \begin{bmatrix} n & \sum_i x_i & \sum_i y_i \\ \sum_i x_i & \sum_i \left(x_i\right)^2 & \sum_i x_i \cdot y_i \end{bmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 9 & 85 & 507.9 \\ 85 & 1155 & 5829.2 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{rref}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 28.752 \\ 0 & 1 & 2.931 \end{pmatrix}$$

Рис. 2. *Розв'язування системи рівнянь методом Гаусса*

DOI 10.31494/2412-9208-2022-1-2

Отже, лінійна залежність *Y* від *X*, отримана за методом найменших квадратів, набирає вигляд: $y(x)=28{,}752+2{,}931x$. Графік отриманої лінійної функціональної залежності ілюструє рис. 3.

$$y(x) := 28.752 + 2.931\cdot x$$

$$y_i := y(x_i)$$

$$x^T \rightarrow (1\ \ 3\ \ 4\ \ 7\ \ 9\ \ 10\ \ 13\ \ 17\ \ 21)$$

$$y^T \rightarrow (31.683\ \ 37.545\ \ 40.476\ \ 49.269\ \ 55.131\ \ 58.062\ \ 66.855\ \ 78.579\ \ 90.303)$$

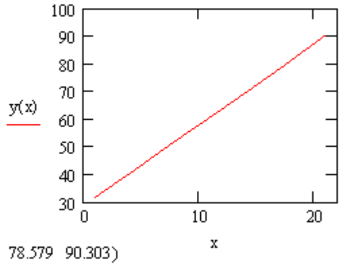


Рис. 3. *Графік отриманої лінійної функціональної залежності*

Відповідь: $y(x)=28{,}752+2{,}931x$.

Приклад 2. Значення деякої ознаки *Y* за значеннями ознаки *X* характеризуються даними експерименту:

X	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6
Y	13,7	9,4	8,3	7,2	3,9	3,5	2,8	3,7	4,1	6,5

Вирівняти залежність *Y* від *X* вздовж параболи $y(x)=\alpha_0+\alpha_1 x+\alpha_2 x^2$.

Розв'язування. Для отримання системи рівнянь з необхідних умов мінімуму функції $S(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ записуємо розрахункову таблицю, сформовану у програмному середовищі Mathcad (рис. 4):

$$\mathrm{ORIGIN} := 1$$

$$n := 10 \quad i := 1..n \quad x_i := i-4$$

$$y_1 := 13.7 \quad y_2 := 9.4 \quad y_3 := 8.3 \quad y_4 := 7.2 \quad y_5 := 3.9 \quad y_6 := 3.5 \quad y_7 := 2.8 \quad y_8 := 3.7 \quad y_9 := 4.1 \quad y_{10} := 6.5$$

$$x \rightarrow \begin{pmatrix}-3\\-2\\-1\\0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\end{pmatrix} \quad y \rightarrow \begin{pmatrix}13.7\\9.4\\8.3\\7.2\\3.9\\3.5\\2.8\\3.7\\4.1\\6.5\end{pmatrix} \quad (x_i)^2 \rightarrow \begin{pmatrix}9\\4\\1\\0\\1\\4\\9\\16\\25\\36\end{pmatrix} \quad (x_i)^3 \rightarrow \begin{pmatrix}-27\\-8\\-1\\0\\1\\8\\27\\64\\125\\216\end{pmatrix} \quad (x_i)^4 \rightarrow \begin{pmatrix}81\\16\\1\\0\\1\\16\\81\\256\\625\\1296\end{pmatrix} \quad (x_i\cdot y_i) \rightarrow \begin{pmatrix}-41.1\\-18.8\\-8.3\\0\\3.9\\7.0\\8.4\\14.8\\20.5\\39.0\end{pmatrix} \quad \left[(x_i)^2\cdot y_i\right] \rightarrow \begin{pmatrix}123.3\\37.6\\8.3\\0\\3.9\\14.0\\25.2\\59.2\\102.5\\234.0\end{pmatrix}$$

$$\sum_i x_i = 15 \quad \sum_i y_i = 63.1 \quad \sum_i (x_i)^2 = 105 \quad \sum_i (x_i)^3 = 405 \quad \sum_i (x_i)^4 = 2.373\times 10^3 \quad \sum_i (x_i\cdot y_i) = 25.4 \quad \sum_i \left[(x_i)^2\cdot y_i\right] = 608$$

Рис. 4. *Розрахункова таблиця*

ICV 2021: 85.25
DOI 10.31494/2412-9208-2022-1-2

За результатами обчислень записуємо систему трьох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 10\alpha_0 + 15\alpha_1 + 105\alpha_2 = 63{,}1; \\ 15\alpha_0 + 105\alpha_1 + 405\alpha_2 = 25{,}4; \\ 105\alpha_0 + 405\alpha_1 + 2373\alpha_2 = 608. \end{cases}$$

Використовуючи метод Гаусса розв'язуємо отриману систему лінійних алгебраїчних рівнянь у програмному середовищі Mathcad. Шляхом елементарних перетворень рядків розширеної матриці *A* системи рівнянь отримуємо східчасту (трапецієвидну) матрицю рівносильної системи рівнянь, з якої визначаємо значення параметрів $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ шуканої параболи (рис. 5).

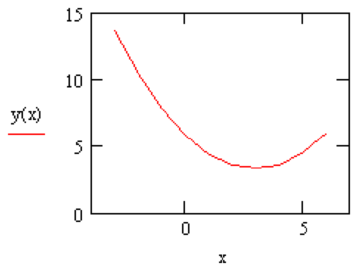
$$A := \begin{bmatrix} n & \sum_i x_i & \sum_i (x_i)^2 & \sum_i y_i \\ \sum_i x_i & \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i x_i \cdot y_i \\ \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i (x_i)^4 & \sum_i \left[(x_i)^2 \cdot y_i\right] \end{bmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 10 & 15 & 105 & 63.1 \\ 15 & 105 & 405 & 25.4 \\ 105 & 405 & 2373 & 608 \end{pmatrix} \quad \mathrm{rref}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 5.82818 \\ 0 & 1 & 0 & -1.70985 \\ 0 & 0 & 1 & 0.29015 \end{pmatrix}$$

Рис. 5. *Розв'язування системи трьох лінійних рівнянь за методом Гаусса*

Таким чином, шукана зрівняна вздовж параболи залежність *Y* від *X* має вигляд: $y(x) = 5{,}82818 - 1{,}70985x + 0{,}29015x^2$.

$$y(x) := 5.82818 - 1.70985x + 0.29015x^2$$

$$y_i := y(x_i)$$



$$x^T \rightarrow (-3 \;\; -2 \;\; -1 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 2 \;\; 3 \;\; 4 \;\; 5 \;\; 6)$$

$$y^T \rightarrow (13.56908 \;\; 10.40848 \;\; 7.82818 \;\; 5.82818 \;\; 4.40848 \;\; 3.56908 \;\; 3.30998 \;\; 3.63118 \;\; 4.53268 \;\; 6.01448)$$

Рис. 6. *Графік отриманої функціональної залежності*

Відповідь: $y(x) = 5{,}82818 - 1{,}70985x + 0{,}29015x^2$.

Приклад 3. Залежність ознаки *Y* від ознаки *X* характеризується такими експериментальними даними:

X	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
Y	–6,2	–4,7	–3,3	–1,9	0,7	1,4	2,9	3,8	4,5	5,5	7,3

Знайти коефіцієнти залежності $y(x)=\alpha_0+\alpha_1 x+\alpha_2 x^2+\alpha_3 x^3$ методом найменших квадратів. Побудувати графік отриманої функціональної залежності.

Розв'язування. У програмному середовищі Mathcad формуємо таблицю емпіричних даних (рис. 7):

$\mathrm{ORIGIN} := 1$

$n := 11 \quad i := 1..n$

$x_i := i-7$

$y_1 := -6.2 \quad y_2 := -4.7 \quad y_3 := -3.3 \quad y_4 := -1.9 \quad y_5 := 0.7 \quad y_6 := 1.4 \quad y_7 := 2.9 \quad y_8 := 3.8 \quad y_9 := 4.5 \quad y_{10} := 5.5 \quad y_{11} := 7.3$

$x^T \rightarrow (-6\ \ -5\ \ -4\ \ -3\ \ -2\ \ -1\ \ 0\ \ 1\ \ 2\ \ 3\ \ 4)$

$y^T \rightarrow (-6.2\ \ -4.7\ \ -3.3\ \ -1.9\ \ .7\ \ 1.4\ \ 2.9\ \ 3.8\ \ 4.5\ \ 5.5\ \ 7.3)$

Рис. 7. *Таблиця емпіричних даних*

Система чотирьох лінійних рівнянь з необхідних умов мінімуму функції *S* набирає вигляд:

$$\begin{cases} 11\alpha_0-11\alpha_1+121\alpha_2-341\alpha_3=10,0; \\ -11\alpha_0+121\alpha_1-341\alpha_2+2629\alpha_3=135,3; \\ 121\alpha_0-341\alpha_1+2629\alpha_2-10901\alpha_3=-218,3; \\ -341\alpha_0+2629\alpha_1-10901\alpha_2+72061\alpha_3=2837,7. \end{cases}$$

Розв'язування отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гаусса ілюструє рис.8:

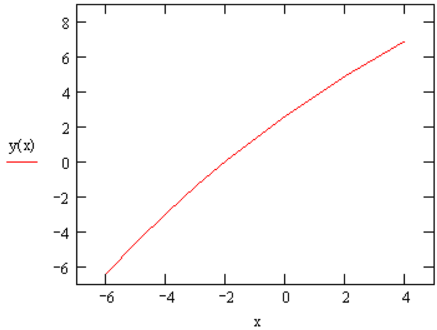
$$A := \begin{bmatrix} n & \sum_i x_i & \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i y_i \\ \sum_i x_i & \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i (x_i)^4 & \sum_i x_i \cdot y_i \\ \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i (x_i)^4 & \sum_i (x_i)^5 & \sum_i (x_i)^2 \cdot y_i \\ \sum_i (x_i)^3 & \sum_i (x_i)^4 & \sum_i (x_i)^5 & \sum_i (x_i)^6 & \sum_i (x_i)^3 \cdot y_i \end{bmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 11 & -11 & 121 & -341 & 10 \\ -11 & 121 & -341 & 2629 & 135.3 \\ 121 & -341 & 2629 & -10901 & -218.3 \\ -341 & 2629 & -10901 & 72061 & 2837.7 \end{pmatrix} \quad \mathrm{rref}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2.5918 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1.2034 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -0.0379 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.002 \end{pmatrix}$$

Рис. 8. *Розв'язування системи чотирьох лінійних рівнянь методом Гаусса*

Отже, шукана залежність ознаки *Y* від ознаки *X* має вигляд: $y(x)=2,5918+1,2034x-0,0379x^2+0,002x^3$. Графік отриманої функції ілюструє рис. 9. Під графіком наведено значення функції $y(x)$ (випадкової величини *Y*), обчислені для відповідних значень *x* (випадкової величини *X*).

ICV 2021: 85.25
DOI 10.31494/2412-9208-2022-1-2

$y(x) := 2.5918 + 1.2034 \cdot x - 0.0379x^2 + 0.002x^3$



$x^T \rightarrow (-6\ \ -5\ \ -4\ \ -3\ \ -2\ \ -1\ \ 0\ \ 1\ \ 2\ \ 3\ \ 4)$

$y_i := y(x_i)$

$y^T \rightarrow (-6.4250\ \ -4.6227\ \ -2.9562\ \ -1.4135\ \ 1.74 \cdot 10^{-2}\ \ 1.3485\ \ 2.5918\ \ 3.7593\ \ 4.8630\ \ 5.9149\ \ 6.9270)$

Рис. 9. *Графік функціональної залежності ознаки Y від ознаки X*

Відповідь: $y(x) = 2{,}5918 + 1{,}2034x - 0{,}0379x^2 + 0{,}002x^3$.

Висновки. Основні висновки дослідження містять такі положення:

- систематичне і методично виправдане використання математичних програмних засобів в процесі навчання математичних дисциплін сприятиме реалізації ідей студентоцентрованого навчання;
- використання засобів інформаційно-комунікаційних та цифрових технологій в освітньому процесі формує в студентів широкий спектр інформатичних компетентностей, цінних для математичного розвитку особистості, і таких, що можуть бути застосовані і на будь-якому іншому математичному матеріалі;
- наведені в статті методичні напрацювання можуть бути використані студентами для організації власної наукової, педагогічної та методичної діяльності, при підготовці та написанні кваліфікаційних робіт та виконанні наукових проєктів та ґрантових досліджень.

На нашу думку, одним з перспективним напрямом подальшого наукового пошуку є розробка різнорівневих багатоваріантних комплексів практичних завдань з курсу теорії ймовірностей із елементами математичної статистики, покликаних забезпечити формування і розвиток уміння студентів педагогічних вищих навчальних закладів розв’язувати задачі з використанням математичних програмних засобів.

Література

1. Донченко В. С., Сидоров М., Шарапов М. Теорія ймовірностей та математична статистика : навч. посіб. Київ : ВЦ «Академія», 2009. 288 с.
2. Коваленко І. П. Вища математика. Навчальний посібник. Київ : Видавничий Дім «Слово», 2011. 456 с.

DOI 10.31494/2412-9208-2022-1-2

3. Красножон О. Б. Комп’ютерна підтримка вивчення теми «Метод найменших квадратів» курсу теорії ймовірностей із елементами математичної статистики. *Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету. Серія : Педагогічні науки : зб. наук. пр.* Вип. 1. Бердянськ : БДПУ, 2020. С. 330-340.

4. Литвин О. М., Лобанова Л.С. Практикум з курсів «Математичні методи та моделі в розрахунках на ПЕОМ» і «Чисельні методи» (із застосуванням системи Mathcad) : навчальний посібник. Харків : УІПА, 2006. 153 с.

5. Мармоза А. Т. Практикум з математичної статистики : навч. посіб. Київ : Кондор, 2004. 264 с.

6. Рябушко А. П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч. 4. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика : учеб. пособие. 3 изд. Минск : Высшая школа, 2010. 336 с.

7. Ткач Є. І., Сторожук В.П. Загальна теорія статистики : підручник [для студ. вищ. навч. закл.]. [3-тє вид.]. Київ : Центр учбової літератури, 2009. 442 с.

8. Турчин В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник. Днепропетровск : Изд-во Днепропетр. нац. ун-та, 2008. 656 с.

9. Уманець Т. В. Загальна теорія статистики : навч. посіб. Київ : Знання, 2006. 239 с.

References

1. Donchenko, V.S. (2009). *Teoriya ymovirnostey ta matematychna statystyka* [Theory of Probability and Mathematical Statistics: A Textbook]. Kyiv : Academy [in Ukrainian].

2. Kovalenko, I.P. (2011). *Vyshcha matematyka* [Higher mathematics. Tutorial]. Kyiv : Slovo Publishing House [in Ukrainian].

3. Krasnozhon, O.B. (2020) *Kompyuterna pidtrymka vyvchennya temy «Metod naymenshyh kvadrativ» kursu teoriyi ymovirnostey iz elementamy matematychnoyi statystyky* [Computer support for the study of the topic «Method of least squares» course of probability theory with elements of mathematical statistics]. – Scientific papers of Berdiansk State Pedagogical University. Series: Pedagogical sciences. Berdyansk : BSPU [in Ukrainian].

4. Litvin, O.M., Lobanova L.S. (2006). *Praktykum z kursiv «Matematychny metody ta modeli v rozrahunkah na PEOM» i «Chisel`ni metody» (iz zastosuvannyam systemy Mathcad)* [Workshop of courses «Mathematical Methods and Models in Calculus on Computer» and «Numerical Methods» (using Mathcad). Tutorial]. Kharkiv : Ukrainian Academy of Engineering and Pedagogy [in Ukrainian].

5. Marmoza, A.T. (2004). *Praktykum z matematychnoyi statystyky* [Workshop of Mathematical Statistics. Textbook]. Kyiv : Condor [in Ukrainian].

6. Ryabushko, A.P. (2010). *Individual'nyye zadaniya po vysshey matematike: operatsionnoye ischisleniye, elementy teorii ustoychivosti, teoriya veroyatnostey, matematicheskaya statistika* [Individual assignments in higher mathematics. At 4 parts. Part 4. Operating calculation. Elements of stability theory. Probability theory. Mathematical statistics. A Textbook]. Minsk : Higher School [in Russian].

7. Tkach, E.I., Storozhuk, V.P. (2009). *Zahal'na teoriya statystyky* [General theory of statistics. A Textbook]. Kyiv : Center for Educational Literature [in Ukrainian].

8. Turchin, V.N. (2008) *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Theory of Probability and Mathematical Statistics. A Textbook]. Dnepropetrovsk : Publishing house of the Dnepropetrovsk National University [in Russian].

9. Umanets, T.V. (2006) *Zagal`na teoriya statystyky* [General Statistics Theory: A Textbook]. Kyiv : Knowledge [in Ukrainian].

ICV 2021: 85.25
DOI 10.31494/2412-9208-2022-1-2

АНОТАЦІЯ

Стаття містить дослідження методичної проблеми розробки компонентів ефективної комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання дисципліни «Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики», яка передбачена навчальним планом підготовки майбутніх учителів математики. Розглянуто методичні та процесуальні питання реалізації методу найменших квадратів для визначення функціональної залежності між ознаками вибірки генеральної сукупності в математичному програмному середовищі Mathcad. Наведено приклади розв'язання задач про вирівнюванні значень ознак вибірки генеральної сукупності вздовж поліному першого степеня (лінійна залежність), поліному другого степеня (параболи) та поліному третього степеня (кубічної параболи). Здійснено стислий огляд наукової, навчальної та методичної літератури, яка використовується під час викладання курсу теорії ймовірностей із елементами математичної статистики, обґрунтовано доцільність використання математичних програмних засобів під час опрацювання змісту зазначеної дисципліні. Сформульовано положення про необхідність розробки комплексу тестових завдань різного рівня складності з теорії ймовірностей із елементами математичної статистики з метою об'єктивного оцінювання навчальних досягнень студентів. У статті сформульовано висновки і окреслено напрями подальшого науково-педагогічного дослідження в галузі реалізації методів математичної статистики при знаходженні статистичних оцінок вибірки значень випадкової величини генеральної сукупності. Методичні напрацювання, наведені в статті, можуть бути корисними студентам для організації та активізації самостійної науково-педагогічного діяльності, учителям середніх навчальних закладів, керівникам факультативної й гурткової роботи учнів, викладачам курсу теорії ймовірностей із елементами математичної статистики педагогічних вищих навчальних закладів.

Ключові слова: *метод найменших квадратів, статистична вибірка, генеральна сукупність, теорія ймовірностей, елементи математичної статистики.*

DOI 10.31494/2412-9208-2022-1-2